پاسخنامه تشریحی

۱ . گزینه ۲

$$x = ۷ - ۲\sqrt{۶} \Rightarrow x^۲ = (۷ - ۲\sqrt{۶})^۲ = ۴۹ + ۲۴ - ۲۸\sqrt{۶} = ۷۳ - ۲۸\sqrt{۶}$$

$$\sqrt{\frac{x+۲}{۲۵} + \frac{۱}{x}} = \sqrt{\frac{x^۲ + ۲x + ۲۵}{۲۵x}} = \frac{۱}{۵}\sqrt{\frac{۷۳ - ۲۸\sqrt{۶} + ۲(۷ - ۲\sqrt{۶}) + ۲۵}{۷ - ۲\sqrt{۶}}}$$

$$= \frac{۱}{۵}\sqrt{\frac{۷۳ - ۲۸\sqrt{۶} + ۱۴ - ۴\sqrt{۶} + ۲۵}{۷ - ۲\sqrt{۶}}} = \frac{۱}{۵}\sqrt{\frac{۱۱۲ - ۳۲\sqrt{۶}}{۷ - ۲\sqrt{۶}}}$$

$$= \frac{۱}{۵}\sqrt{\frac{۱۶(\cancel{۷ - ۲\sqrt{۶}})}{\cancel{۷ - ۲\sqrt{۶}}}} = \frac{\sqrt{۱۶}}{۵} = \frac{۴}{۵} = ۰/۸$$

روش دوم:

$$\sqrt{\frac{x+۲}{۲۵} + \frac{۱}{x}} = \sqrt{\frac{۹ - ۲\sqrt{۶}}{۲۵} + \frac{۱}{۷ - ۲\sqrt{۶}}} = \sqrt{\frac{۹ - ۲\sqrt{۶}}{۲۵} + \frac{۷ + ۲\sqrt{۶}}{۲۵}} \xlongequal{(\frac{۱}{۷-۲\sqrt{۶}} \times \frac{۷+۲\sqrt{۶}}{۷+۲\sqrt{۶}} = \frac{۷+۲\sqrt{۶}}{۲۵})} \sqrt{\frac{۱۶}{۲۵}} = \frac{۴}{۵} = ۰/۸$$

۲ . گزینه ۲

ابتدا تک تک عبارات صورت سوال را ساده می‌کنیم: $\frac{۱}{\sqrt{۳}+۱} \times \frac{\sqrt{۳}-۱}{\sqrt{۳}-۱} = \frac{\sqrt{۳}-۱}{۲} \to \frac{۱}{\sqrt{۵}+\sqrt{۳}} \times \frac{\sqrt{۵}-\sqrt{۳}}{\sqrt{۵}-\sqrt{۳}} = \frac{\sqrt{۵}-\sqrt{۳}}{۵-۳} = \frac{\sqrt{۵}-\sqrt{۳}}{۲}$

$$\frac{۱}{\sqrt{n+۲}+\sqrt{n}} \times \frac{\sqrt{n+۲}-\sqrt{n}}{\sqrt{n+۲}-\sqrt{n}} = \frac{\sqrt{n+۲}-\sqrt{n}}{n+۲-n} = \frac{\sqrt{n+۲}-\sqrt{n}}{۲}$$

درنتیجه عبارت سؤال برابر است با:

$$\Rightarrow ۴(\frac{\sqrt{n+۲}-۱}{۲}) = ۲\sqrt{n+۲} - ۲$$

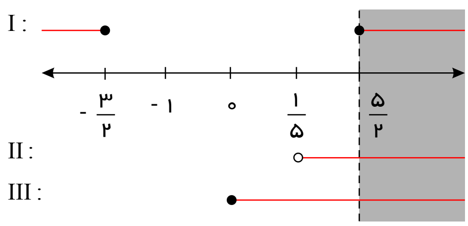
۳ . گزینه ۱

$$۴ \le |۲x-۱| < ۳x \to \begin{cases} |۲x-۱| < ۳x \to \begin{cases} ۲x-۱ < ۳x \\ ۲x-۱ > -۳x \end{cases} \\ \cap \\ ۴ \le |۲x-۱| \to \begin{cases} ۲x-۱ \ge ۴ \\ ۲x-۱ \le -۴ \end{cases} \end{cases}$$

$$I \begin{cases} ۲x-۱ \ge ۴ \Rightarrow ۲x \ge ۵ \Rightarrow x \ge \frac{۵}{۲} \\ ۲x-۱ \le -۴ \Rightarrow ۲x \le -۳ \Rightarrow x \le \frac{-۳}{۲} \end{cases}$$

$$II \left.\begin{cases} ۲x-۱ < ۳x \Rightarrow x > -۱ \\ ۲x-۱ > -۳x \Rightarrow ۵x > ۱ \to x > \frac{۱}{۵} \end{cases}\right\} \xrightarrow{\cap} x > \frac{۱}{۵}$$

$$III \ : \ |۲x-۱| < ۳x \to ۳x \ge ۰ \to x \ge ۰$$



$$\xrightarrow{I \cap II \cap III} x \in [\frac{۵}{۲}, +\infty)$$

۴ . گزینه ۲

۵ . گزینه ۲

$$\boxed{a^{-b}=\frac{1}{a^b}}$$

$$(\frac{4}{9})^{\frac{3x-2}{x}}=\left(\left(\frac{2}{3}\right)^2\right)^{\frac{3x-2}{x}}=\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{6x-4}{x}}=\frac{3}{2}\xrightarrow{\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}=\frac{3}{2}}\frac{6x-4}{x}=-1$$

$$\xrightarrow{\text{با فرض } x\neq 0}6x-4=-x\to 7x=4\to x=\frac{4}{7}$$

۶ . گزینه ۴

$$-2<\frac{2}{x^2+x-2}<-1\Rightarrow\frac{2}{x^2+x-2}<-1\Rightarrow\frac{2}{x^2+x-2}+1<0\Rightarrow\frac{x^2+x}{x^2+x-2}<0\Rightarrow\frac{x(x+1)}{(x+2)(x-1)}<0$$

چون جواب‌های معادله در $x>0$ مورد نظر است، پس عبارت $\frac{x(x+1)}{x+2}$ قطعا مثبت است؛ بنابراین باید $x-1<0$ باشد که در این صورت $x<1$ خواهد بود و با توجه به شرط $x>0$، مجموعه جواب این نامعادله $0<x<1$ است؛ یعنی:

$$\text{مجموعه جواب}=(0,1)\qquad(1)$$

$$\frac{2}{x^2+x-2}>-2\Rightarrow\frac{1}{x^2+x-2}>-1\Rightarrow\frac{1}{x^2+x-2}+1>0\Rightarrow\frac{x^2+x-1}{(x+2)(x-1)}>0$$

چون جواب‌های معادله در $x>0$ مورد نظر است، پس عبارت $(x+2)$ قطعا مثبت است. بنابراین باید نامعادلهٔ $\frac{x^2+x-1}{x-1}>0$ را حل کنیم:

$$x^2+x-1=0\Rightarrow x=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}\quad,\quad x-1=0\Rightarrow x=1$$

		$\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$		$\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$		1	
x^2+x-1	$+$	0	$-$	0	$+$		$+$
$x-1$	$-$		$-$		$-$	0	$+$
کل عبارت	$-$	0	$+$	0	$-$	ت ن	$+$

$$\frac{-1-\sqrt{5}}{2}<x<\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\quad\text{یا}\quad x>1$$

با توجه به شرط $x>0$، مجموعهٔ جواب نامعادله به‌صورت زیر است:

$$\text{مجموعه جواب}:\ 0<x<\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\quad\text{یا}\quad x>1\qquad(2)$$

$$(1),(2)\xrightarrow{\text{اشتراک}}0<x<\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$$

۷ . گزینه ۱

$$a=b+1\Rightarrow a-b=1$$

چون حاصل $a-b$ برابر یک می‌شود پس عبارت را در $a-b$ ضرب می‌کنیم.

$$(a-b)(a+b)(a^2+b^2)\cdots(a^{32}+b^{32})=(a^2-b^2)(a^2+b^2)\cdots(a^{32}+b^{32})$$
$$=(a^4-b^4)(a^4+b^4)\cdots(a^{32}+b^{32})=\cdots=(a^{32}-b^{32})(a^{32}+b^{32})=a^{64}-b^{64}$$

۸ . گزینه ۱ برای این‌که چندجمله‌ای درجه دوم همواره منفی باشد، باید ضریب x^2 و Δ هر دو منفی باشند. پس:

$$m-1<0\Rightarrow m<1$$

$$\Delta=16(m-1)^2-4(m-1)(4m+n)=(4(m-1)(4(m-1)-(4m+n))$$

$$=4(m-1)(-4-n)=-4(m-1)(n+4)<0$$

$$\Rightarrow(m-1)(n+4)>0$$

چون $m-1<0$؛ بنابراین باید:

$$n+4<0\Rightarrow n<-4$$

۹ . گزینه ۱ باید ضریب x^2 و Δ هر دو منفی باشند تا عبارت درجهٔ دوم همواره منفی باشد. بنابراین $a<0$ و

$$\Delta = b^۲ - ۴ab < ۰ \Rightarrow b(b-۴a) < ۰$$

b		$۴a$		۰	
$b(b-۴a)$	$+$	۰	$-$	۰	$+$

با توجه به جدول تعیین علامت بالا باید $۴a < b < ۰$ پس با توجه به منفی بودن a داریم:

$$\frac{۴a}{a} > \frac{b}{a} > \frac{۰}{a}$$
$$۴ > \frac{b}{a} > ۰$$

یعنی $\frac{b}{a} \in (۰,۴)$.

۱۰ . گزینه ۳ سهمی از نقاط $(۰,۱)$, $(۱,-۱)$ می‌گذرد؛ معادله سهمی را $y = ax^۲ + bx + c$ فرض می‌کنیم.

$$\left.\begin{array}{l} \xrightarrow{(۰,۱)} ۱ = a \times ۰^۲ + b \times ۰ + c \Rightarrow c = ۱ \Rightarrow y = ax^۲ + bx + ۱ \\ \left.\begin{array}{l} \xrightarrow{(۱,-۱)} -۱ = a \times ۱^۲ + b \times ۱ + ۱ \Rightarrow a + b = -۲ \\ \text{راس سهمی} : \xrightarrow{x=۱} \frac{-b}{۲a} = ۱ \Rightarrow -b = ۲a \Rightarrow b = -۲a \end{array}\right\} a = ۲ \ , \ b = -۴ \end{array}\right\} \Rightarrow y = ۲x^۲ - ۴x + ۱$$

۱۱ . گزینه ۳

$$\left.\begin{array}{l} y = ۲x \xrightarrow{\text{توان ۲}} y^۲ = (۲x)^۲ = ۴x^۲ \\ y^۲ = x^۳ \end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow \ x^۳ = ۴x^۲ \Rightarrow x^۳ - ۴x^۲ = ۰ \xrightarrow{\text{فاکتور } x^۲} x^۲(x-۴) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x^۲ = ۰ \Rightarrow x = ۰ \\ x - ۴ = ۰ \Rightarrow x = ۴ \end{cases}$$

برای y داریم:

$$y = ۲x \Rightarrow \begin{cases} x = ۰ \Rightarrow y = ۰ \Rightarrow \dfrac{x+y}{۲} = \dfrac{۰+۰}{۲} = ۰ \\ x = ۴ \Rightarrow \ y = ۸ \Rightarrow x + y = \dfrac{۴+۸}{۲} = ۶ \end{cases}$$

۱۲ . گزینه ۴ دو نقطه $(۳,۰)$ و $(-۱,۰)$ نقاط برخورد منحنی با محور xها هستند پس ریشه‌های معادله‌ی سهمی ۳ و -۱ هستند و معادله‌ی سهمی را می‌توان اینگونه نوشت:

$$y = a(x-۳)(x+۱) = a(x^۲ - ۲x - ۳) \xrightarrow[\text{راس سهمی}]{(۱,-۲)} -۲ = a(۱^۲ - ۲ - ۳)$$

$$\Rightarrow -۲ = a(-۴) \Rightarrow a = \frac{۱}{۲} \Rightarrow y = \frac{۱}{۲}(x^۲ - ۲x - ۳) = \frac{۱}{۲}x^۲ - x - \frac{۳}{۲}$$

۱۳ . گزینه ۱

$$\frac{۱}{x^۳+۱} = \frac{ax+b}{x^۲-x+۱} + \frac{c}{x+۱} \Rightarrow \frac{۱}{x^۳+۱} = \frac{(ax+b)(x+۱) + c(x^۲-x+۱)}{(x+۱)(x^۲-x+۱)}$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{x^۳+۱} = \frac{ax^۲ + ax + bx + b + cx^۲ - cx + c}{x^۳+۱} = \frac{(a+c)x^۲ + (a+b-c)x + (b+c)}{x^۳+۱}$$

$$\Rightarrow ۱ = (a+c)x^۲ + (a+b-c)x + (b+c)$$

$$\xrightarrow[\text{همواره برقرار است}]{\text{از آنجایی که اتحاد}} \begin{array}{l} a + c = ۰ \\ a + b - c = ۰ \\ b + c = ۱ \end{array}$$

۱۴ . گزینه ۴ $\boxed{\begin{cases} a > b \to a^{۱۲} > b^{۱۲} \\ a, b \geq ۰ \end{cases}}$

همه را به توان ۱۲ می‌رسانیم:

$$\left.\begin{array}{l} a^{۱۲} = \left(\left(\frac{۱}{۲}\right)^{\frac{۱}{۲}}\right)^{۱۲} = \left(\frac{۱}{۲}\right)^۶ = \frac{۱}{۲^۶} = \frac{۱}{۶۴} \simeq ۰٫۰۱ \\ b^{۱۲} = \left(\left(\frac{۲}{۳}\right)^{\frac{۲}{۳}}\right)^{۱۲} = \left(\frac{۲}{۳}\right)^۸ = \frac{۲^۸}{۳^۸} = \frac{۲۵۶}{۶۵۶۱} \simeq ۰٫۰۴ \\ c^{۱۲} = \left(\left(\frac{۳}{۴}\right)^{\frac{۳}{۴}}\right)^{۱۲} = \left(\frac{۳}{۴}\right)^۹ = \frac{۳^۹}{۴^۹} = \frac{۱۹۶۸۳}{۲۶۲۱۴۴} \simeq ۰٫۰۷ \end{array}\right\} \Rightarrow c > b > a$$

۱۵ . گزینه ۴ داخل پرانتز اول مخرج مشترک می‌گیریم:

$$(\sqrt[۳]{x^۲}+\frac{۱}{\sqrt[۳]{x^۲}}+۱)(\sqrt[۳]{x^۲}-۱)=۲\sqrt[۳]{x}=\frac{(\sqrt[۳]{x^۴}+۱+\sqrt[۳]{x^۲})(\sqrt[۳]{x^۲}-۱)}{\sqrt[۳]{x^۲}}=۲\sqrt[۳]{x}\xrightarrow{\text{اتحاد چاق و لاغر}}\frac{x^۲-۱}{\sqrt[۳]{x^۲}}=۲\sqrt[۳]{x}\Rightarrow x^۲-۱=۲x\Rightarrow x^۲-۲x-۱=۰$$

می‌دانیم معادلهٔ درجهٔ ۲ به‌صورت $x^۲-sx+p$ است. درواقع مجموع ریشه‌ها ۲ خواهد بود.

داریم:

$$x_۱+x_۲=s=۲$$

۱۶ . گزینه ۲

$$x^۲-۶x-۸=۰\Rightarrow (x-۳)^۲=۱۷\Rightarrow x_۱=۳+\sqrt{۱۷}\ ,\ x_۲=۳-\sqrt{۱۷}$$

با توجه به این‌که $۴<\sqrt{۱۷}<۵$، پس:

$$۷<x_۱<۸\ ,\ -۲<x_۲<-۱$$

بنابراین معادلهٔ مورد نظر دو ریشهٔ ممتاز در بازه‌های $(۷,۸)$ و $(-۲,-۱)$ دارد، پس a دو مقدار صحیح ۷ و -۲ را دارا می‌باشد.

۱۷ . گزینه ۲

$$۲^{\frac{۲}{۳}}=a\Rightarrow ۲=a^{\frac{۳}{۲}}\xrightarrow{\text{به توان ۲ می‌رسانیم.}}۴=a^۳\ ,\ (\frac{۱}{۹})^{\frac{۲}{۵}}=b\Rightarrow (۳^{-۲})^{\frac{۲}{۵}}=b\Rightarrow ۳^{\frac{-۴}{۵}}=b\Rightarrow ۳^{-۴}=b^۵\Rightarrow ۳=b^{\frac{-۵}{۴}}=(\frac{۱}{b})^{\frac{۵}{۴}}$$

$$۱۲^{\frac{۲}{۳}}=(۴\times ۳)^{\frac{۲}{۳}}=(a^۳\times(\frac{۱}{b})^{\frac{۵}{۴}})^{\frac{۲}{۳}}=a^۲(\frac{۱}{b})^{\frac{۱۰}{۱۲}}=\frac{a^۲}{\sqrt[۶]{b^۵}}$$

۱۸ . گزینه ۱

$$x^۲-۲x-۳=۰\xrightarrow[+۴]{\text{طرفین}}x^۲-۲x-۳+۴=۴$$

$$x^۲-۲x+۱=۴\to (x-۱)^۲=۴\to x-۱=\pm ۲\Rightarrow \begin{cases} x-۱=۲\Rightarrow x=۳ & (I)\\ x-۱=-۲\Rightarrow x=-۱ & (II)\end{cases}$$

$$\xrightarrow{(I)}\frac{x^۲-۱}{۲^۳}=\frac{۹-۱}{۸}=\frac{۸}{۸}=۱$$

$$\xrightarrow{(II)}\frac{x^۲-۱}{۲^۳}=\frac{۱-۱}{۸}=\frac{۰}{۸}=۰$$

۱۹ . گزینه ۱

$$(\sqrt[۵]{۲-\sqrt{۳}})^x+(\sqrt[۵]{۲+\sqrt{۳}})^x=۲$$

توجه کنید:

$$\frac{۲-\sqrt{۳}}{۱}\times\frac{۲+\sqrt{۳}}{۲+\sqrt{۳}}=\frac{۴-۳}{۲+\sqrt{۳}}=\frac{۱}{۲+\sqrt{۳}}$$

پس معادلهٔ فوق به شکل روبه‌رو تبدیل می‌شود:

$$\frac{۱}{(\sqrt[۵]{۲+\sqrt{۳}})^x}+(\sqrt[۵]{۲+\sqrt{۳}})^x=۲$$

تذکر: مقدار $a+\frac{۱}{a}$ وقتی $a>۰$ باشد، فقط وقتی می‌تواند برابر ۱ شود که $a=۱$ باشد و اگر $a<۰$ باشد فقط وقتی می‌تواند -۲ باشد که $a=-۲$ است.

$$\Rightarrow (\sqrt[۵]{۲+\sqrt{۳}})^x=۱\to x=۰$$

۲۰ . گزینه ۴

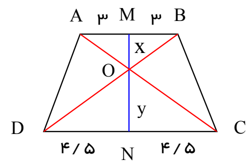
$$\frac{۲۰}{\sqrt{۳+۳\sqrt[۳]{۴}+۳\sqrt[۳]{۲}+۱}}=\frac{۲۰}{\sqrt[۳]{\sqrt[۳]{۲^۳}+۱^۳+\sqrt[۳]{۴}+۳\sqrt[۳]{۲}+۱}}$$

$$=\frac{۲۰}{\sqrt[۳]{(\sqrt[۳]{۲}+۱)^۳}+۱}=\frac{۲۰}{\sqrt[۳]{۲}+۱+۱}=\frac{۲۰}{\sqrt[۳]{۲}+۲}\times\frac{\sqrt[۳]{۴}+۴-۲\sqrt[۳]{۲}}{\sqrt[۳]{۴}+۴-۲\sqrt[۳]{۲}}$$

$$=\frac{۲۰(\sqrt[۳]{۴}+۴-۲\sqrt[۳]{۲})}{۲+۸}=۲\sqrt[۳]{۴}+۸-۴\sqrt[۳]{۲}$$

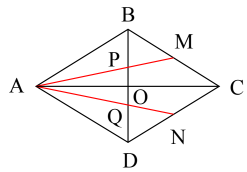
۲۱ . گزینه ۳

خطی که وسط‌های دو قاعده را به هم وصل می‌کند از نقطه‌ی تلاقی دو قطر می‌گذرد.



$$\overset{\Delta}{OMB} \sim \overset{\Delta}{OND} \Rightarrow \frac{x}{y}=\frac{۳}{۴٫۵} \xrightarrow[\text{مخرج}]{\text{ترکیب در}} \frac{x}{\underbrace{x+y}_{۱۲}}=\frac{۳}{۷٫۵} \to x=۴٫۸$$

۲۲ . گزینه ۳ می‌دانیم که در هر مثلث میانه‌ها یکدیگر را به نسبت ۲ به ۱ تقسیم می‌کنند. با توجه به اینکه در لوزی قطرها منصف یکدیگرند، نتیجه می‌شود که O وسط AC است. همچنین M و N نیز اوساط BC و CD هستند. پس P و Q به ترتیب مراکز ثقل(محل تقاطع میانه ها) مثلث های ABC و ACD هستند، راه دوم تالس، بنابراین:



$$\begin{cases} \dfrac{PB}{OP}=\dfrac{۲}{۱} \Rightarrow \dfrac{OB}{OP}=\dfrac{۳}{۱} \\ \dfrac{QD}{OQ}=\dfrac{۲}{۱} \Rightarrow \dfrac{OD}{OQ}=\dfrac{۳}{۱} \end{cases} \Rightarrow PQ=OP+OQ=\frac{OB}{۳}+\frac{OD}{۳}=\frac{BD}{۳}$$

۲۳ . گزینه ۱

ارتفاع مشترک دو مثلث ABD و ADC را AH در نظر می گیریم.

$$\frac{S_{\overset{\Delta}{ABD}}}{S_{\overset{\Delta}{ADC}}}=\frac{\frac{۱}{۲}AH\times BD}{\frac{۱}{۲}AH\times DC}=\frac{BD}{DC}=\frac{\frac{۱}{۳}DC}{DC}=\frac{۱}{۳}$$

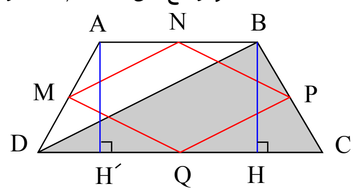
ارتفاع مشترک دو مثلث BED و DEC را نیز EH' در نظر می گیریم.

$$\frac{S_{\overset{\Delta}{BED}}}{S_{\overset{\Delta}{DEC}}}=\frac{\frac{۱}{۲}EH'\times BD}{\frac{۱}{۲}\times EH'\times DC}=\frac{BD}{DC}=\frac{\frac{۱}{۳}DC}{DC}=\frac{۱}{۳}$$

بنابراین می توان نتیجه گرفت:

$$\frac{S_{\overset{\Delta}{ABE}}}{S_{\overset{\Delta}{AEC}}}=\frac{BD}{DC}=\frac{۱}{۳}$$

۲۴ . گزینه ۲ اگر ارتفاع های AH' , BH را رسم کنیم دو مثلث قائم الزاویه ی همنهشت ایجاد می شود، داریم:



$$DH'=HC=\frac{۱۲-۴}{۲}=۴$$

$$\text{قطر } DB=\sqrt{BH^۲+DH^۲}=\sqrt{۱۶+۶۴}=۴\sqrt{۵}$$

با توجه به قضیهٔ تالس می توان نتیجه گرفت چهارضلعی $MNPQ$ که وسط های اضلاع ذوزنقه را به هم وصل کرده لوزی و اندازه ی هر ضلع آن نصف قطر ذوزنقه است.

$$\overset{\Delta}{ABD}:\frac{AM}{AD}=\frac{AN}{AB}=\frac{MN}{DB}=\frac{۱}{۲}$$

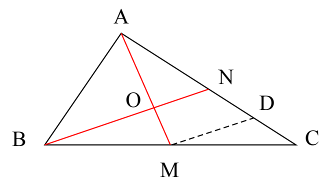
پس داریم:

$$\overset{\Delta}{BDH}:BD^۲=DH^۲+BH^۲=۸^۲+۴^۲=۸۰ \to BD=AC=\sqrt{۸۰}=۴\sqrt{۵}$$

$$\text{محیط}MNPQ=\text{(مجموع اقطار)}=(۴\sqrt{۵}+۴\sqrt{۵})=۸\sqrt{۵}$$

۲۵ . گزینه ۳ از M پای میانه، موازی ON رسم کرده تا AC را در نقطه‌ی D قطع کند، از قضیه ی تالس نتیجه می گیریم:

$$MD \parallel BN \Rightarrow \frac{MC}{MB}=\frac{CD}{ND} \xrightarrow{MC=MD} CD=ND$$



در مثلث AMD چون O وسط ضلع AM است: $MD \parallel ON \Rightarrow ON=\frac{۱}{۲}MD$

بنابراین:

$$ON=\frac{۱}{۲}MD=\frac{۱}{۲}\left(\frac{۱}{۲}BN\right)=\frac{۱}{۴}BN$$

۲۶ . گزینه ۴ ارتفاع AH از مثلث OAD را رسم می کنیم. طبق قضیه‌ی تالس داریم:

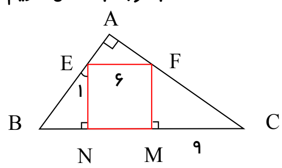
$$EF\|AH \Rightarrow \frac{EF}{AH}=\frac{DE}{AD} \Rightarrow \frac{EF}{AH}=\frac{۳}{۷} \Rightarrow \frac{h_۱}{AH}=\frac{۳}{۷} \quad (۱)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} \frac{\frac{h_۲}{AH}}{\frac{h_۱}{AH}} = \frac{\frac{۳}{۵}}{\frac{۳}{۷}} \Rightarrow \frac{h_۱}{h_۲} = \frac{۷}{۵} = ۱/۴$$

۲۷ . گزینه ۴ همان طور که واضح است به علت توازی خطوط AB و DL مثلث های ABM و MDL با هم و به علت توازی BN و AD مثلث های BMN و AMD با یکدیگر متشابه اند، بنابراین:

$$\left.\begin{array}{l} \overset{\triangle}{AMD} \sim \overset{\triangle}{BMN} : \dfrac{BM}{MD} = \dfrac{MN}{AM} \\ \overset{\triangle}{ABM} \sim \overset{\triangle}{MDL} : \dfrac{BM}{MD} = \dfrac{AM}{ML} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{MN}{AM} = \frac{AM}{ML}$$
$$\Rightarrow AM^۲ = MN \times ML \Rightarrow AM^۲ = ۴(۴+۵) = ۳۶ \Rightarrow AM = ۶$$

۲۸ . گزینه ۳ با توجه به شکل داریم :



$$CM = ۹, MN = EF = ۶$$

بنابراین کافی است طول BN را به دست آوریم و برای این امر از تشابه میان مثلث های CMF و BEN استفاده می کنیم:

$$\left.\begin{array}{l} \left.\begin{array}{l} \hat{E}_۱ + \hat{B} = ۹۰^\circ \\ \hat{C} + \hat{B} = ۹۰^\circ \end{array}\right\} \Rightarrow \hat{C} = \hat{E}_۱ \\ \hat{M} = \hat{N} = ۹۰^\circ \end{array}\right\} \xrightarrow{زز} \overset{\triangle}{CMF} \sim \overset{\triangle}{BEN} \Rightarrow \frac{BN}{MF} = \frac{EN}{CM} \xrightarrow{EN=MF} EN^۲ = BN \times CM$$
$$\Rightarrow (۶)^۲ = BN \times ۹ \Rightarrow BN = ۴ \quad , \quad BC = BN + NM + CM = ۴ + ۶ + ۹ = ۱۹$$

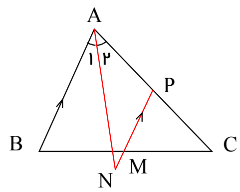
۲۹ . گزینه ۲ محل تقاطع MN با AC را P می نامیم. چون M وسط BC است و MP موازی AB می باشد، بنابراین طبق قضیه ی میان خط P نیز وسط AC می باشد.یعنی:

$$AP = \frac{AC}{۲} = ۶$$

از طرفی:

$$MP||AB \Rightarrow \hat{N} = \hat{A}_۱ \xrightarrow{\hat{A}_۱ = \hat{A}_۲} \hat{N} = \hat{A}_۲ \Rightarrow AP = NP = ۶$$

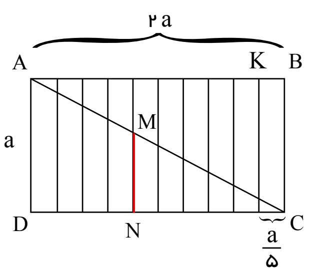
همچنین طبق قضیه ی تالس داریم:



$$MP||AB \Rightarrow \frac{MP}{AB} = \frac{PC}{AC} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \frac{MP}{۶} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow MP = ۳$$
$$MN = NP - MP = ۶ - ۳ = ۳$$

۳۰ . گزینه ۱ اگر عرض مستطیل $ABCD$ را a در نظر بگیریم طول آن $۲a$ خواهد بود و از آنجایی که به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم شده است، اندازه‌ی هر قسمت کوچک آن $\frac{a}{۵} = \frac{۲a}{۱۰}$ یعنی $KB = \frac{a}{۵}$. بنابراین $NC = \frac{۶a}{۵}$.

از طرف دیگر:

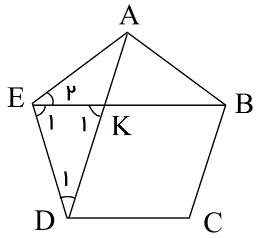


$$MN||AD \xrightarrow[تالس]{تعمیم} \frac{NC}{DC} = \frac{MN}{AD} \Rightarrow \frac{\frac{۶a}{۵}}{۲a} = \frac{MN}{a} \Rightarrow \frac{۶}{۱۰} = \frac{MN}{a} \to MN = \frac{۶}{۱۰}a = \frac{۳}{۵}a$$

$$\frac{S_{\overset{\triangle}{MNC}}}{S_{\overset{\triangle}{ADC}}} = \frac{\cancel{\frac{۱}{۲}} \times NC \times MN}{\cancel{\frac{۱}{۲}} \times DC \times AD} = \frac{\frac{۶a}{۵} \times \frac{۳a}{۵}}{۲a \times a} = \frac{۱۸}{۵۰} = \frac{۹}{۲۵}$$

۳۱ . گزینه ۴ اگر طول پاره خط AF را x در نظر بگیریم، با توجه به رابطه‌ی تالس داریم:

$$\overset{\triangle}{ABC} : EF||BC \xrightarrow{تعمیم قضیه‌ی تالس} \frac{AF}{AC} = \frac{EF}{BC} \Rightarrow \frac{x}{۱۸} = \frac{EF}{۱۰} \Rightarrow EF = \frac{۱۰x}{۱۸} \quad (۱)$$
$$\overset{\triangle}{ADC} : EF||AD \xrightarrow{تعمیم قضیه‌ی تالس} \frac{FC}{AC} = \frac{EF}{AD} \Rightarrow \frac{۱۸-x}{۱۸} = \frac{EF}{۴} \Rightarrow EF = \frac{۷۲-۴x}{۱۸} \quad (۲)$$
$$(۱) \text{ و } (۲) \Rightarrow \frac{۱۰x}{۱۸} = \frac{۷۲-۴x}{۱۸} \Rightarrow ۱۰x = ۷۲ - ۴x \Rightarrow ۱۴x = ۷۲ \Rightarrow x = \frac{۳۶}{۷}$$
$$(۱) \Rightarrow EF = \frac{۱۰x}{۱۸} = \frac{۱۰ \times \frac{۳۶}{۷}}{۱۸} = \frac{۳۶۰}{۱۸ \times ۷} = \frac{۲۰}{۷} \simeq ۳$$



$$\overset{\Delta}{AEB} : AE = AB \Rightarrow \hat{E}_۲ = \frac{۱۸۰^\circ - \hat{A}}{۲} = \frac{۱۸۰^\circ - ۱۰۸^\circ}{۲} = ۳۶^\circ$$

$$\xrightarrow{\hat{E}_۱ = ۱۰۸^\circ - \hat{E}_۲} \hat{E}_۱ = ۷۲^\circ$$

$$\overset{\Delta}{AED} : AE = ED \Rightarrow \hat{D}_۱ = \frac{۱۸۰^\circ - \hat{E}}{۲} = \frac{۱۸۰^\circ - ۱۰۸^\circ}{۲} = ۳۶^\circ$$

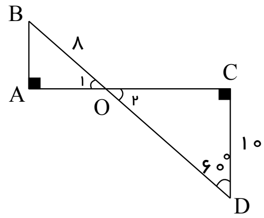
$$\overset{\Delta}{KED} : \hat{K}_۱ + \hat{E}_۱ + \hat{D}_۱ = ۱۸۰^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{K}_۱ = ۱۸۰^\circ - (\hat{E}_۱ + \hat{D}_۱) = ۱۸۰^\circ - (۷۲^\circ + ۳۶^\circ) \Rightarrow \hat{K}_۱ = ۷۲^\circ$$

۳۳ . گزینه ۳

$$\overset{\Delta}{OCD} \sim \overset{\Delta}{OAB}\ (\text{زز}) \Rightarrow \hat{O}_۱ = \hat{O}_۲ = ۳۰^\circ$$

نکته: در هر مثلث قائم‌الزاویه، ضلع روبه‌رو به زاویه‌ی ۳۰°، نصف وتر است.

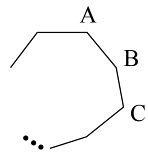


$$AB = \frac{۱}{۲}OA \Rightarrow AB = \frac{۱}{۲} \times ۸ = ۴$$

نسبت تشابه $= \frac{AB}{CD} = \frac{۴}{۱۰} = \frac{۲}{۵}$

نسبت مساحت‌ها: $\frac{S}{S'} = K^۲ = (\frac{۲}{۵})^۲ = \frac{۴}{۲۵}$

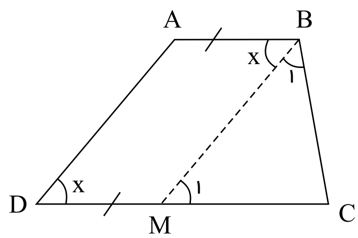
۳۴ . گزینه ۴ نکته: دو رأس مجاور قطر مشترک ندارند بنابراین از هرکدام از رأس‌های A و B به تعداد $(n-۳)$ قطر عبور می‌کند و از رأس C نیز باید $n-۳$ قطر عبور کند ولی از آنجایی که قطر AC قبلاً حساب شده است، یعنی از رأس C به تعداد $(n-۴)$ قطر متمایز عبور می‌کند.



بنابراین داریم: $n-۳+n-۳+n-۴ = ۱۷ \Rightarrow ۳n - ۱۰ = ۱۷ \Rightarrow n = ۹$

تعداد قطرها $= \frac{۹ \times ۶}{۲} = ۲۷$

۳۵ . گزینه ۲ از B به موازات AD خطی را رسم می‌کنیم چهارضلعی $ABMD$ متوازی‌الاضلاع است در نتیجه:



$$AB = DM \quad (۱)$$

طبق فرض: $AB + BC = DC$

$$\cancel{AB} + BC = \underbrace{DM}_{\cancel{AB}} + MC \Rightarrow BC = MC \Rightarrow \hat{M}_۱ = \hat{B}_۱ = x$$

$$۲x = ۱۰۰ \Rightarrow x = ۵۰$$

$$\hat{A} = ۱۸۰ - ۵۰ = ۱۳۰^\circ$$

۳۶ . گزینه ۲

$$\frac{AQ}{AB} = \frac{CP}{BC}$$

$CTOP$ متوازی‌الاضلاع است. پس $CT = PO$، درنتیجه:

$$\left.\begin{array}{l} \frac{CT}{CA} = \frac{PO}{CA} \\ \left.\begin{array}{l} \frac{OP}{CN} = \frac{MP}{MC} \\ \frac{CN}{AC} = \frac{MC}{BC} \end{array}\right\} \xrightarrow{\times} \frac{OP}{AC} = \frac{MP}{BC} \end{array}\right\} \rightarrow \frac{CT}{CA} = \frac{MP}{BC}$$

$$\frac{AQ}{AB} + \frac{BM}{BC} + \frac{CT}{CA} = \frac{CP}{BC} + \frac{BM}{BC} + \frac{MP}{BC} = \frac{CP + BM + MP}{BC} = \frac{BC}{BC} = ۱$$

۳۷ . گزینه ۲ از نقطهٔ F خطی موازی BC رسم می‌کنیم تا ضلع AC را در نقطهٔ K قطع کند.

اگر اندازه ضلع AC را برابر b در نظر بگیریم، داریم:

$$\left.\begin{array}{l}\frac{CK}{AC}=\frac{BF}{AB}\\ \text{طبق فرض}:\ \frac{FB}{AF}=\frac{۱}{۲}\xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}}\frac{FB}{AB}=\frac{۱}{۳}\end{array}\right\}\Rightarrow \frac{CK}{AC}=\frac{۱}{۳}\to CK=\frac{b}{۳}\to NK=\frac{b}{۲}-\frac{b}{۳}=\frac{b}{۶}$$

چون در مثلث FEK داریم $EN=NK=\frac{b}{۶}$ ، پاره‌خط ON میان خط این مثلث است و برابر $\frac{۱}{۲}FK$ می‌باشد.

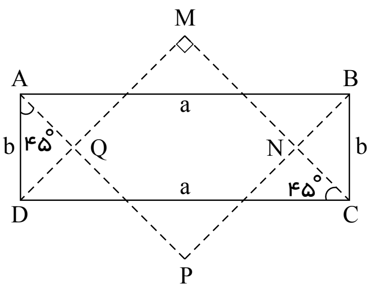
از طرفی در مثلث ABC داریم:

$$\frac{FK}{BC}=\frac{AF}{AB}=\frac{۲}{۳}\to FK=\frac{۲}{۳}BC$$

$$\frac{ON}{BC}=\frac{\frac{۱}{۲}FK}{BC}=\frac{\frac{۱}{۲}(\frac{۲}{۳}BC)}{BC}=\frac{۱}{۳}$$

۳۸ . گزینه ۲ نکته: از برخورد نیمسازهای داخلی یک مستطیل به طول a و عرض b مربعی به ضلع $\frac{a-b}{\sqrt{۲}}$ ایجاد می‌شود.

اثبات:



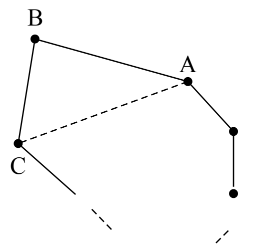
$$\left.\begin{array}{l}M\overset{\Delta}{C}D:(\text{ضلع مقابل به }۴۵^\circ)MD=\frac{\sqrt{۲}}{۲}a\\ A\overset{\Delta}{Q}D:(\text{ضلع مقابل به }۴۵^\circ)DQ=\frac{\sqrt{۲}}{۲}b\end{array}\right.\to MQ=\frac{\sqrt{۲}}{۲}(a-b)=\frac{a-b}{\sqrt{۲}}$$

به همین ترتیب بقیهٔ اضلاع هم ثابت می‌شود.

$$S_{\text{مربع}}=\frac{(۱۲-b)^۲}{۲}=۳۲\to(۱۲-b)^۲=۶۴\to ۱۲-b=۸\to b=۴$$

۳۹ . گزینه ۲ می‌دانیم از هر رأس یک n ضلعی، $n-۳$ قطر می‌گذرد. اما مطابق شکل بین دو رأس غیرمجاور A و C یک قطر مشترک وجود دارد که دو بار حساب می‌شود. پس باید داشته باشیم:

$$\text{مجموع قطرهای گذرا از سه رأس}=۳(n-۳)-۱=۳n-۱۰$$



طبق فرض مسئله داریم:

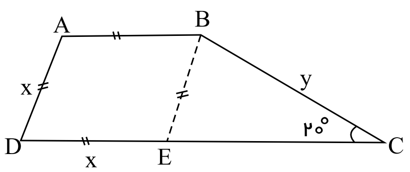
$$۳n-۱۰=۲n\to n=۱۰$$

$$\Rightarrow\ \text{مجموع زوایای داخلی}=(n-۲)\times۱۸۰^\circ\xlongequal{n=۱۰}۸\times۱۸۰^\circ=۱۴۴۰$$

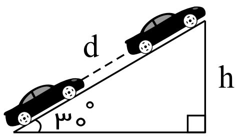
$$\Rightarrow ۱۴۴۰=۱۳۰^\circ\times۱۱+۱۰\Rightarrow$$ حداکثر ۱۱ رأس با زاویهٔ ۱۳۰° وجود دارد.

۴۰ . گزینه ۳

مطابق شکل قطعاً کوچکترین زاویهٔ ذوزنقه، زاویهٔ $\hat{C}=۲۰^\circ$ است. از رأس B، خطی موازی ساق AD رسم می‌کنیم تا قاعدهٔ بزرگ را در E قطع کند.



در متوازی‌الاضلاع $ABED$، دو ضلع مجاور مساوی هستند، پس این چهارضلعی یک لوزی می‌شود و چهارضلع آن برابر خواهند بود.



$$\sin 30^\circ = \frac{h}{d} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{h}{d} \Rightarrow h = \frac{d}{2}$$

پس داریم:

$$\frac{4}{5}W_{\text{موتور}} = 2 \times 10^3 \times 10 \times \frac{d}{2} = 10^4 d \Rightarrow W_{\text{موتور}} = 12500 d(J)$$

بنابراین توان متوسط موتور این اتومبیل برابر است با:

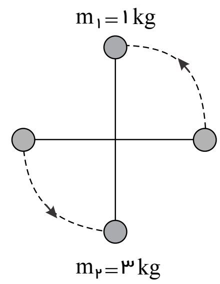
$$\overline{P} = \frac{W}{\Delta t} \Rightarrow \overline{P} = \frac{12500d}{\Delta t} \Rightarrow \overline{P} = 12500\frac{d}{\Delta t} = 12500\overline{v} = 12500 \times 10 = 125kW$$

۴۳ . گزینه ۳ K_A و K_B مجموع انرژی‌های جنبشی دو جسم در شروع و پایان جابه‌جایی است.

$$W_{m_1 g} + W_{m_2 g} = K_B - \cancel{K_A}^{\,0}$$

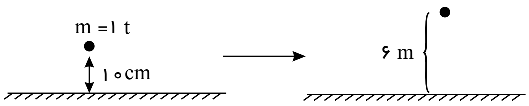
$$-m_1 g|\Delta h| + m_2 g|\Delta h| = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2$$

$$-10 \times 2 + 30 \times 2 = \frac{1}{2} \times 4 \times v^2 \Rightarrow v = 2\sqrt{5}\frac{m}{s}$$



۴۴ . گزینه ۴ برای جسم‌هایی که دارای ابعاد هستند می‌توان تمام جرم آن‌ها را در نقطه‌ای به نام مرکز جسم متمرکز در نظر گرفت. مرکز جرم جسم‌هایی که شکل منظم دارند همان مرکز هندسی جسم است.

$$W_{mg} = -mg|\Delta h| = -1 \times 10^3 \times 10 \times 5/9$$
$$= -5/9 \times 10^4 J = -59kJ$$



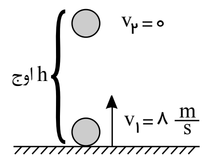
۴۵ . گزینه ۲ در مسیر رفت و برگشت داریم:

$$E_3 - E_1 = W_f$$

$$K_3 - K_1 = W_f \Rightarrow \frac{1}{2} \times 2 \times 4^2 - \frac{1}{2} \times 2 \times 8^2 = W_f \Rightarrow W_f = -48J$$

بنابراین در مسیر رفت $\frac{W_f}{2} = -24J$ کار نیروی مقاومت هوا است.

$$E_2 - E_1 = \frac{W_f}{2} \Rightarrow U_2 - K_1 = \frac{W_f}{2}$$
$$mgh_2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = -24$$
$$\Rightarrow 2 \times 10 \times h - \frac{1}{2} \times 2 \times 8^2 = -24 \Rightarrow h = 2m$$



۴۶ . گزینه ۴ موارد مورد توجه:

۱) بازدهٔ شخص ۶۰ درصد است. یعنی از هر $100kJ$ انرژی که شخص مصرف می‌کند $60kJ$ آن را به شکل کار خروجی از فرد خواهیم دید.

۲) شخص ۱۵۰ گرم گوشت به ارزش غذایی $12kJ/g$ استفاده نموده است. پس کل انرژی دریافتی توسط شخص: $150gr \times 12kJ/gr = 1800kJ$ است. و از این مقدار انرژی ۶۰ درصد آن مفید برای انجام کار خواهد بود. $(E = 1800kJ \times \frac{60}{100} = 1080kJ)$ و این مقدار انرژی بایستی شخص را تا ارتفاع h با سرعت ثابت بالا ببرد. انرژی جنبشی شخص تغییری نکرده است و فقط افزایش انرژی پتانسیل شخص اتفاق افتاده است.

$$mgh = E = 1080000J \rightarrow 60 \times 10 \times h = 1080000 \rightarrow h = 1800m$$

۴۷ . گزینه ۳ در این تست به‌جای جریانی از مایع، جریانی از ورقه فولادی داریم. بنابراین می‌توان از معادلهٔ پیوستگی همچنان استفاده نمود.

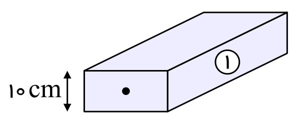
$$A_1V_1 = A_2V_2 \rightarrow (30 \times 10^{-3} \times 2) \times 0/5 = (20 \times 10^{-3} \times 2) \times V_2 \rightarrow V_2 = \frac{3}{4}m/s = 0/75m/s$$

توجه داشته باشید که سرعت خطی غلتک‌ها با سرعت ورقه فولادی پیش از ورود به میان غلتک‌ها برابر است.

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times (\frac{V_2}{V_1})^2 \rightarrow \frac{K_2}{K_1} = (\frac{0/75}{0/5})^2 = 2/25$$

۴۸ . گزینه ۳ نکته: در محاسبه کار نیروی وارد بر یک جسم، اگر جابه‌جایی همه نقاط یکسان نباشد، باید جابه‌جایی گرانیگاه جسم را در نظر گرفت.

آجر اول در راستای قائم، جابه‌جا نمی‌شود، بنابراین کار لازم برای چیدن آن صفر است. یعنی: $W_1 = 0$



کار لازم برای چیدن آجر دوم بر روی آجر اول:

$$W_2 = mg \cdot h \cdot \cos\theta = (2 \times 10) \times (10 \times 10^{-2}) \times \cos 0 = 2J$$

کار لازم برای چیدن هر سه آجر بر روی هم:

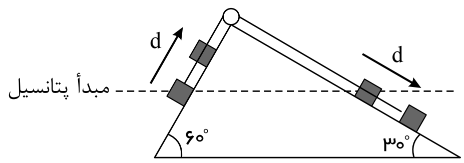
$$W_t = W_۱ + W_۲ + W_۳ = ۰ + ۲ + ۴ = ۶J$$

۴۹ . گزینه ۳ در این تست با یک نیروی متغیر روبرو هستیم که به‌صورت خطی با زمان افزایش می‌یابد، برای محاسبه کار این نیرو باید متوسط نیرو را در ۲ ثانیه سوم حرکت یعنی بازه زمانی ۴ تا ۶ ثانیه به دست آورده و در رابطهٔ کار قرار دهیم:

$$t_۱ = ۴s \;:\; F_۱ = ۹۰N \qquad \bar{F} = \frac{F_۱ + F_۲}{۲} = \frac{۹۰ + ۱۳۰}{۲} = ۱۱۰N$$
$$t_۲ = ۶s \;:\; F_۲ = ۱۳۰N$$
$$W = \bar{F} \cdot d \cdot \cos\theta = ۱۱۰ \times ۵ \times \cos ۰ = ۵۵۰J$$

به طور کلی یادتان باشد که اگر نیرو به طور خطی و یکنواخت تغییر کند، باید مقدار متوسط آن را محاسبه کرده و در رابطهٔ کار قرار داد.

۵۰ . گزینه ۲



مجموعه ساکن : $K_۱ = K_۲ = ۰$

انتخاب مبدأ پتانسیل در مکان اولیه جرم‌ها : $U_{g_۱} = U_{g_۱} = ۰$

از آنجا که دو جرم با نخ به هم متصل هستند: $v'_۱ = v'_۲ = v'$

$$K'_۱ = \frac{۱}{۲}m_۱ v'^۲_۱$$

$$K'_۲ = \frac{۱}{۲}m_۲ v'^۲_۲$$

$$U'_{g_۱} = m_۱ g h_۱ = m_۱ g d \sin ۶۰^\circ$$

$$U'_{g_۲} = -m_۲ g d \sin ۳۰^\circ$$

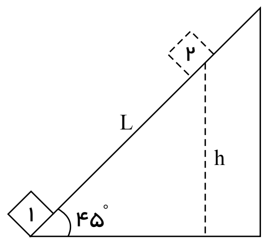
$$(\cancel{K_۱}^{\circ} + \cancel{K_۲}^{\circ}) + (\cancel{U_{g_۱}}^{\circ} + \cancel{U_{g_۲}}^{\circ}) = (K'_۱ + K'_۲) + (U'_{g_۱} + U'_{g_۲})$$

$$\rightarrow (\frac{۱}{۲} \times ۲ + \frac{۱}{۲} \times ۴)v'^۲ + (۲ \times ۱۰ \times ۲ \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} - ۴ \times ۱۰ \times ۲ \times \frac{۱}{۲}) = ۰$$

$$\rightarrow ۳v'^۲ + ۲۰\sqrt{۳} - ۴۰ = ۰ \Rightarrow ۳v'^۲ = ۴۰ - ۲۰\sqrt{۳} \simeq ۶$$

$$\rightarrow ۳v'^۲ = ۶ \rightarrow v'^۲ = ۲ \rightarrow v' = \sqrt{۲} m/s$$

۵۱ . گزینه ۲ مطابق شکل زیر، جسم ضمن حرکت به اندازهٔ L بر روی سطح شیب‌دار در نقطهٔ (۲) متوقف می‌شود:



$$E_۱ = E_۲ + |W_F|$$

$$K_۱ + \cancel{U_{g_۱}}^{\circ} = \cancel{K_۲}^{\circ} + U_{g_۲} + F \cdot L$$

$$\frac{۱}{۲}mv^۲_۱ = mgh + FL$$

$$\frac{۱}{۲} \times ۴ \times ۱۵ = ۴ \times ۱۰ \times L \sin ۴۵^\circ + ۲L$$

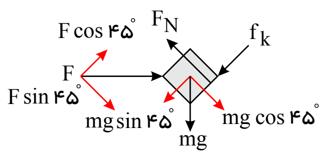
$$۳۰ \simeq ۳۰L \rightarrow L \simeq ۱m$$

⋆ انرژی پتانسیل گرانشی جسم را نسبت به تراز گذرنده از نقطهٔ (۱) می‌سنجیم.

$$\sin ۴۵^\circ = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \simeq ۰/۷ \quad (\star)$$

۵۲ . گزینه ۳ از آنجایی که جسم با سرعت ثابت در حال حرکت بر روی سطح شیب‌دار است، پس برایند نیروها (خالص نیرو) در راستای سطح شیب‌دار برابر صفر است.

تمامی نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم:



$$F_{net} = ۰ \rightarrow F \cos ۴۵^\circ - mg \sin ۴۵^\circ - f_k = ۰$$

$$f_k = ۶۰ \cos ۴۵^\circ - ۴ \times ۱۰ \sin ۴۵^\circ = ۱۰\sqrt{۲}\; N$$

$$Q = |W_{f_k}| = f_k \cdot d \rightarrow Q = ۱۰\sqrt{۲} \times \frac{۲۰}{۱۰۰} \rightarrow Q = ۲\sqrt{۲}\; J$$

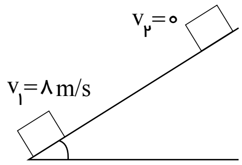
۵۳ . گزینه ۴ اندازهٔ نیروی عمودی تکیه‌گاه وارد بر شخص در آسانسور از رابطهٔ $F_N = m(g \pm a)$ محاسبه می‌شود.

در این رابطه وقتی آسانسور به‌صورت تندشونده به سمت بالا حرکت می‌کند علامت (+) و وقتی آسانسور به‌صورت تندشونده به سمت پایین حرکت می‌کند، (-) را در نظر می‌گیریم. با توجه به این که نیروی عمودی تکیه‌گاه به سمت بالا است، داریم:

$$\Rightarrow \frac{W_N}{W'_N} = \frac{m(g+a)}{m(g-a)} \times ۱ \times \frac{۱}{-۱} \Rightarrow \frac{W_N}{W'_N} = \frac{۱۰ + ۲}{۱۰ - ۲} \times (-۱) \Rightarrow \frac{W_N}{W'_N} = -۱/۵ \quad W_N = F_N d \cos\theta \Rightarrow \frac{W_N}{W'_N} = \frac{F_N}{F'_N} \times \frac{d}{d'} \times \frac{\cos\theta}{\cos\theta'}$$

۵۴ . گزینه ۲ کار کل انجام شده طبق قضیهٔ کار - انرژی جنبشی از رابطهٔ $W_t = \Delta K$ به دست می‌آید. حال کار کل انجام شده در مسیر رفت و برگشت را جداگانه می‌یابیم.

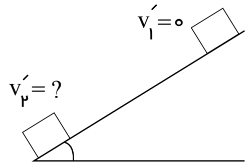
در مسیر رفت داریم:



$$W_t = \Delta K$$

$$\Rightarrow W_t = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲) \xrightarrow[v_۱=۸\frac{m}{s}]{v_۲=۰} W_t = \frac{۱}{۲}m(۰^۲ - ۸^۲) = -۳۲m \quad (۱)$$

در مسیر برگشت داریم:

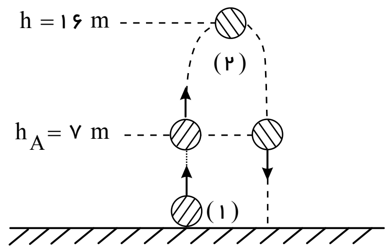


$$W'_t = \Delta K' \Rightarrow W'_t = \frac{۱}{۲}m({v'_۲}^۲ - {v'_۱}^۲)$$

$$\xrightarrow{v'_۱=۰} W'_t = \frac{۱}{۲}m({v'_۲}^۲ - ۰^۲) = \frac{۱}{۲}m{v'_۲}^۲ \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۲),(۱)} |\frac{W_t}{W'_t}| = ۲ \Rightarrow \frac{۳۲m}{\frac{۱}{۲}m{v'_۲}^۲} = ۲ \Rightarrow {v'_۲}^۲ = ۳۲ \Rightarrow v'_۲ = ۴\sqrt{۲}\frac{m}{s}$$

۵۵ . گزینه ۱ با توجه به ثابت بودن اندازهٔ نیروی مقاومت هوا در کل مسیر و با در نظر گرفتن سطح زمین به عنوان مرجع انرژی پتانسیل گرانشی داریم:



قانون پایستگی انرژی: $E_۲ - E_۱ = W_f \Rightarrow -fh = (U_۲ + K_۲) - (U_۱ + K_۱) \xrightarrow{K_۲=۰, U_۱=۰} -fh = mgh_۲ - \frac{۱}{۲}mv_۱^۲$

$$\Rightarrow -۱۶f = ۲ \times ۱۰ \times ۱۶ - \frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۲۰^۲ \Rightarrow f = ۵N$$

اگر قانون پایستگی انرژی را در زمان اوج گرفتن گلوله بنویسیم:

$$E_{۱A} - E_۱ = W_{۱f} \Rightarrow (U_{۱A} + K_{۱A}) - (U_۱ + K_۱) = W_{۱f} \xrightarrow{U_۱=۰} mgh_A + \frac{۱}{۲}mv_{۱A}^۲ - \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ = -fh_A \; ۲ \times ۱۰ \times ۷ + \frac{۱}{۲} \times ۲ \times v_{۱A}^۲ - \frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۲۰^۲$$
$$= -۵ \times ۷ \Rightarrow v_{۱A}^۲ = ۲۲۵ \Rightarrow v_{۱A} = ۱۵\frac{m}{s}$$

اگر قانون پایستگی انرژی را هنگام سقوط گلوله بنویسیم، داریم:

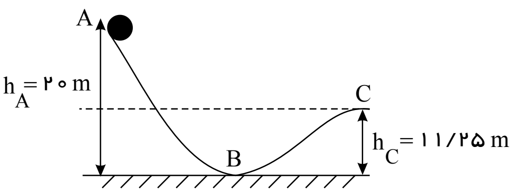
$$E_{۲A} - E_۲ = W_{۲f} \Rightarrow (U_{۲A} + K_{۲A}) - (U_۲ + K_۲) = W_{۲f} \xrightarrow{K_۲=۰} mgh_A + \frac{۱}{۲}mv_{۲A}^۲ - mgh_۲ = -f(h - h_A)$$
$$\Rightarrow ۲ \times ۱۰ \times ۷ + \frac{۱}{۲} \times ۲ \times v_{۲A}^۲ - ۲ \times ۱۰ \times ۱۶ = -۵(۱۶ - ۷) \Rightarrow v_{۲A}^۲ = ۱۳۵ \Rightarrow v_{۲A} = ۳\sqrt{۱۵}\frac{m}{s}$$

بنابراین:

$$\frac{v_{۱A}}{v_{۲A}} = \frac{۱۵\frac{m}{s}}{۳\sqrt{۱۵}\frac{m}{s}} = \sqrt{\frac{۵}{۳}}$$

۵۶ . گزینه ۴

برای یافتن v_B ، پایستگی انرژی مکانیکی را بین دو نقطهٔ A و B به‌کار می‌بریم اگر مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی از نقطهٔ B در نظر بگیریم، داریم:



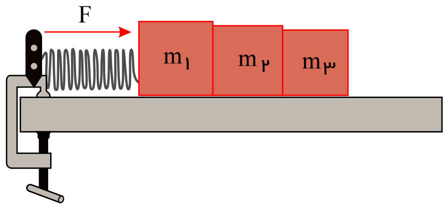
$$E_A = E_B \Rightarrow U_A + K_A = U_B + K_B \Rightarrow mgh_A + \frac{۱}{۲}mv_A^۲ = ۰ + \frac{۱}{۲}mv_B^۲ \xrightarrow{m \text{ را ساده می‌کنیم}} gh_A + \frac{۱}{۲}v_A^۲ = \frac{۱}{۲}v_B^۲$$

$$\xrightarrow{h_A=۲۰m, v_A=۱۵\frac{m}{s}} ۱۰ \times ۲۰ + \frac{۱}{۲} \times ۱۵^۲ = \frac{۱}{۲}v_B^۲ \Rightarrow ۲۰۰ + \frac{۲۲۵}{۲} = \frac{۱}{۲}v_B^۲ \Rightarrow v_B^۲ = ۶۲۵ \Rightarrow v_B = ۲۵\frac{m}{s} \quad (۱)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} \frac{v_B}{v_C} = \frac{۲۵}{۲۰} = \frac{۵}{۴}$$

۵۷ . گزینه ۴ قضیه کار - انرژی

می‌دانیم $v_\circ$ همه یکسان و v نیز در هرمدت معین یکسان خواهد بود پس $v^۲ - v_\circ^۲$ برای همه اجسام یکسان است.



$$W_{\sum \vec{F}} = \frac{۱}{۲} m(v^۲ - v_\circ^۲)$$

$$\frac{W_{\sum \vec{F}})_{m_۲}}{W_{\sum \vec{F}})_{m_۱}} = \frac{\cancel{\frac{۱}{۲}}\, m_۲\, \cancel{(v^۲ - v_\circ^۲)}}{\cancel{\frac{۱}{۲}}\, m_۱\, \cancel{(v^۲ - v_\circ^۲)}} \Rightarrow \frac{W_{\sum \vec{F}})_{m_۲}}{۲۰۰} = \frac{۳}{۲} \Rightarrow W_{\sum \vec{F}})_{m_۲} = ۳۰۰J$$

۵۸ . گزینه ۴

طبق قانون پایستگی انرژی برای دو گلوله داریم:

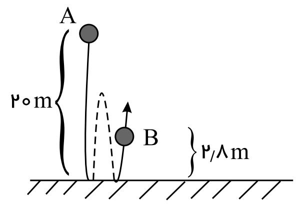
برای گلوله به جرم m :
$$\begin{cases} E_۱ = E_۲ \rightarrow U_۱ + K_۱ = U_۲ + K_۲ \xrightarrow[U_۲=\circ]{K_۱=\circ} U_۱ = K_۲ \\ mgh = K_۲ (I) \end{cases}$$

برای گلوله به جرم $۴m$:
$$\begin{cases} E'_۱ = E'_۲ \rightarrow U'_۱ + K'_۱ = U'_۲ + K'_۲ \xrightarrow[U'_۲=\circ]{K'_۱=\circ} U'_۱ = K'_۲ \\ ۴mgh' = K'_۲ (II) \end{cases}$$

رابطه (I) را به (II) تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{mgh}{۴mgh'} = \frac{K_۲}{K'_۲} \xrightarrow{K'_۲=۳K_۲} \frac{h}{۴h'} = \frac{K_۲}{۳K_۲} \rightarrow \frac{h}{h'} = \frac{۴}{۳}$$

۵۹ . گزینه ۱

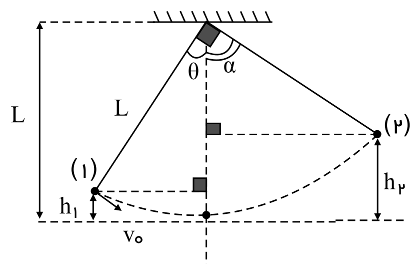


$$E_B = E_A - \frac{۳۰}{۱۰۰}E_A - \frac{۲۰}{۱۰۰}E_A = \frac{۵۰}{۱۰۰}E_A$$

$$U_B + K_B = \frac{۱}{۲}(mgh_A) \Rightarrow mgh_B + K_B = \frac{۱}{۲}mgh_A \Rightarrow K_B = \frac{۱}{۲}mv_B^۲ = \frac{۱}{۲}mgh_A - mgh_B \Rightarrow v_B^۲ = gh_A - ۲gh_B$$

$$\Rightarrow v_B^۲ = ۲۰۰ - ۲۰ \times ۲/۸ = ۱۴۴ \rightarrow v_B = \sqrt{۱۴۴} = ۱۲\frac{m}{s} \rightarrow \boxed{v_B = ۱۲\frac{m}{s}}$$

۶۰ . گزینه ۱ گام اول:



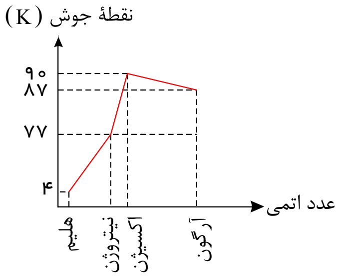
$$\frac{۱}{۲}mv_\circ^۲ + mg(L - L\cos\theta) = mg(L - L\cos\alpha) + \cancel{K_۲}$$

$$v_\circ^۲ + ۲gL(۱ - \cos\theta) = ۲gL(۱ - \cos\alpha) \rightarrow v_\circ^۲ + \cancel{۲gL} - ۲gL\cos\theta = \cancel{۲gL} - ۲gL\cos\alpha \rightarrow ۲gL\cos\alpha = ۲gL\cos\theta - v_\circ^۲ \rightarrow \cos\alpha = \frac{۲gL\cos\theta - v_\circ^۲}{۲gL}$$

$$\rightarrow \cos\alpha = \cos\theta - \frac{v_\circ^۲}{۲gL} \xrightarrow[\ell\times ۱/۵]{v_\circ \times ۱/۵} \begin{cases} \cos\alpha_۲ = \cos\theta - ۱/۵\dfrac{v_\circ^۲}{۲gL} \\ \cos\alpha_۱ = \cos\theta - \dfrac{v_\circ^۲}{۲gL} \end{cases} \Rightarrow \cos\alpha_۲ - \cos\alpha_۱ < \circ \Rightarrow \boxed{\alpha_۲ > \alpha_۱}$$

۶۱ . گزینه ۳ تغییرات دما برحسب کلوین و سلسیوس برابر است و خواهیم داشت: $۱۸۶ - ۲۸۰ = -۹۴k = -۹۴^\circ C$

گاز	نقطهٔ جوش $(^\circ C)$
نیتروژن	-۱۹۶
اکسیژن	-۱۸۳
آرگون	-۱۸۶
هلیم	-۲۶۹



بررسی موارد:

مورد الف) نمودار کاملاً صعودی نمی‌باشد. ×

مورد ب) صحیح است. ✓

مورد ج) کم‌ترین نقطهٔ جوش متعلق به $_۲He$ و بیش‌ترین نقطهٔ جوش متعلق به $(_۸O)$ است و $۲ + ۸ = ۱۰$ که برابر عدد اتمی گاز نجیب نئون است. ✓

۶۳ . گزینه ۱ در سه کیلومتر اول دما ثابت است، پس تغییرات دما را برای ارتفاع ۲۰ کیلومتر باید بررسی کنیم.

$$\text{تغییرات دما در } ۲۰Km = ۲ - (-۵۸) = ۶۰^\circ C$$

و حال برای ۵۰۰ متر که همان ۰٫۵ کیلومتر است $\left(۵۰۰m \times \frac{۱km}{۱۰۰۰m} = ۰٫۵km\right)$ تغییر دما را حساب می‌کنیم:

$$۰٫۵km \times \frac{۶۰^\circ C}{۲۰km} = ۱٫۵^\circ C$$

با افزایش ارتفاع، دما کاهش می‌یابد.

۶۴ . گزینه ۲ چون سهم تولید برق، بین این سه منبع به طور مساوی تقسیم شده است پس ابتدا (A) میزان برق مصرفی برحسب کیلووات را در یک ماه برای هر منبع محاسبه می‌کنیم.

$$۶۰۰ \div ۳ = ۲۰۰kW$$

حال مقدار کربن دی‌اکسید تولید شده در یک ماه (kg) را برای هر منبع تولید برق حساب می‌کنیم:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{زغال سنگ} & ۰٫۹ \times ۲۰۰ = ۱۸۰ \\ \text{نفت خام} & ۰٫۷ \times ۲۰۰ = ۱۴۰ \\ \text{گاز طبیعی} & ۰٫۳۶ \times ۲۰۰ = ۷۲ \end{array}\right\} \Rightarrow ۱۸۰ + ۱۴۰ + ۷۲ = ۳۹۲kg_{CO_۲}$$

مقدار $CO_۲$ تولید شده برای یک سال (۱۲ ماه): $۳۹۲ \times ۱۲ = ۴۷۰۴kg_{CO_۲}$

$$\text{تعداد درخت ؟} = ۴۷۰۴\,\cancel{kg}_{CO_۲} \times \frac{\text{۱درخت}}{۵۰\,\cancel{kg}_{CO_۲}} = ۹۴ \text{ درخت}$$

۶۵ . گزینه ۳

$$۰٫۲۵A + ۰٫۷۵B \to ۰٫۵C$$

روش اول: می‌توان همه‌ی ضرایب را بر عدد ۰٫۲۵ تقسیم کرد تا ضرایب کوچک‌ترین عدد طبیعی ممکن باشد.

روش دوم: می‌توان طرفین را در عدد ۴ ضرب کرد.

$$A + ۳B \to ۲C$$

۶۶ . گزینه ۱ a و b به ترتیب ۸ و ۲ و A گاز NO می‌باشد. زیرا: در معادله تعداد عنصر Cu موازنه و تعداد عنصر H در سمت راست ۸ اتم است پس $a = ۸$ خواهد شد. در ادامه تعداد N در سمت چپ ۸ اتم شده است و باتوجه به این که ۶ اتم N در $۳Cu(NO_۳)_۲$ وجود دارد؛ پس ۲ اتم دیگر N در bA قرار خواهد داشت. از طرفی تعداد اتم اکسیژن در سمت چپ برابر با $۸ \times ۳ = ۲۴$ اتم خواهد بود. از این تعداد، ۱۸ اتم در $۳Cu(NO_۳)_۲$ و ۴ اتم در $۴H_۲O$ وجود؛ دارد بنابراین ۲ اتم O دیگر در bA می‌باشد یعنی $bA = ۲NO$. باتوجه به گزینه‌ها، گزینه (۱) درست است.

۶۷ . گزینه ۱ واکنش‌های موازنه شده به صورت زیر است:

آ) $۳Mg(OH)_۲ + ۲H_۳PO_۴ \to Mg_۳(PO_۴)_۲ + ۶H_۲O$

ب) $۴NH_۳ + ۵O_۲ \to ۴NO + ۶H_۲O$

پ) $NaClO + ۲HCl \to Cl_۲ + NaCl + H_۲O$

ت) $Al_۴C_۳ + ۱۲H_۲O \to ۳CH_۴ + ۴Al(OH)_۳$

بنابراین ضرایب مولی $H_۲O$ در آ و ب برابرند.

۶۸ . گزینه ۱ کروم دارای بار الکتریکی +۲ و +۳ و یون‌های $Cr^{۲+}$ و $Cr^{۳+}$ می‌باشد که با بیشترین بار الکتریکی خود، کروم (III) اکسید $(Cr_۲O_۳)$ را تشکیل می‌دهد.

مس دارای بار الکتریکی +۱ و +۲ و یون‌های Cu^+ و $Cu^{۲+}$ می‌باشد.

۶۹ . گزینه ۱

$$\left.\begin{array}{l} ۲N_۲O_۴ + N_۲H_۴ \to ۶NO + ۲H_۲O \Rightarrow ۲ + ۱ + ۶ + ۲ = ۱۱ \\ N_۲O_۴ + ۲N_۲H_۴ \to ۳N_۲ + ۴H_۲O \Rightarrow ۱ + ۲ + ۳ + ۴ = ۱۰ \end{array}\right. \Rightarrow ۱۱ - ۱۰ = ۱$$

۷۰ . گزینه ۴

۱) $4NH_3 + 5O_2 \rightarrow 4NO + 6H_2O$

۲) $4C_3H_5(NO_3)_3 \rightarrow 12CO_2 + 10H_2O + 6N_2 + O_2$

۳) $C_2H_8N_2 + 2N_2O_4 \rightarrow 3N_2 + 2CO_2 + 4H_2O$

۴) $C_2H_5OH + 3O_2 \rightarrow 2CO_2 + 3H_2O$

۷۱ . گزینه ۲ از مقایسهٔ شکل سمت چپ و راست می‌توان گفت در این واکنش B_2 و AB_2 واکنش دهنده می‌باشند؛ زیرا مصرف شده‌اند. همچنین B_2 به طور کامل مصرف نشده است و هنگام نوشتن معادلهٔ نمادی فقط در سمت چپ معادله باید نوشته شود. ماده C در دو طرف واکنش مقدارش تغییر نکرده است؛ بنابراین می‌توان گفت این ماده می‌تواند کاتالیزگر باشد. تنها فرآوردهٔ این واکنش AB_3 است.

$$2AB_2 + B_2 \xrightarrow{C} 2AB_3$$

۷۲ . گزینه ۲

:موازنه واکنش‌های داده شده به‌صورت زیر است

$$3As_2S_3 + 28HNO_3 + 4H_2O \rightarrow 6H_3AsO_4 + 9H_2SO_4 + 28NO$$

$$2B_3N_3H_6 + 15O_2 \rightarrow 3N_2O_5 + 3B_2O_3 + 6H_2O$$

$$As_2O_3 + 6KI + 6HCl \rightarrow 2AsI_3 + 6KCl + 3H_2O$$

$$H_2SO_4 + H_2O_2 + 2FeSO_4 \rightarrow Fe_2(SO_4)_3 + 2H_2O$$

.ضریب H_2O در معادلهٔ واکنش گزینهٔ «۲»، بزرگتر است

۷۳ . گزینه ۱ مطابق سه واکنش انجام‌شده، موارد (ب) و (پ) صحیح هستند.

۱) $N_2(g) + O_2(g) \xrightarrow{\text{رعد و برق}} 2NO(g)$

۲) $2NO(g) + O_2(g) \rightarrow 2NO_2(g)$

۳) $NO_2(g) + O_2(g) \xrightarrow{\text{نور خورشید}} NO(g) + O_3(g)$

بررسی موارد:

مورد (آ): فقط NO_2 گاز قهوه‌ای‌رنگ است.

مورد (ب): مرحلهٔ اول برای انجام نیاز به دمای خیلی بالا یا رعد و برق دارد، پس N_2 با O_2 میل ترکیبی کمتری دارند.

مورد (پ): در واکنش اول با مصرف یک مول O_2، دو مول NO تولید می‌شود. در واکنش دوم نیز با مصرف یک مول O_2، دو مول NO_2 تولید می‌شود. در واکنش سوم دو مول NO_2 مربوط به واکنش دوم با دو مول O_2 واکنش داده و دو مول O_3 تولید می‌کند. در مجموع ۴ مول O_2 مصرف و ۲ مول O_3 تولید شده است.

مورد (ت): مطابق واکنش‌ها به‌ازای تولید دو مول NO_2 فقط یک مول از آن مصرف می‌شود.

۷۴ . گزینه ۴ بگذارید از N_2O شروع کنیم. N_2O گونهٔ نسبتاً معروفی است که در آن همهٔ اتم‌ها هشت‌تایی هستند، بنابراین بار این مولکول صفر است.

$$:N \equiv N - \ddot{\underset{..}{O}}:$$

تفاوت عدد اتمی اکسیژن $({}_8O)$ و نیتروژن $({}_7N)$ برابر ۱ است، بنابراین اگر در N_2O به‌جای اتم اکسیژن، اتم نیتروژن با یک بار منفی قرار دهیم، یون N_3^- تشکیل می‌شود که در این یون نیز همهٔ اتم‌ها هشت‌تایی هستند. به همین ترتیب N_2C^{2-} نیز درست است.

۷۵ . گزینه ۲ باتوجه به سولفید عنصر D، می‌توان دریافت که یون این فلز D^+ است:

$$D_2S \rightarrow D^+ + S^{2-}$$

بدین‌صورت D یا از گروه اول است یا فلزی از عناصر واسطه مانند مس می‌باشد. فلز مس عنصری از گروه ۱۱ است.

از طرفی با توجه به اکسید A_2O_3 می‌توان گفت فلز A دارای بار ۳+ و یون A^{3+} است.

ترکیب مولکولی HB نشان می‌دهد که عنصر B یک نافلز از گروه ۱۷ است.

باتوجه به این‌که AB_2 یک ترکیب یونی است و بار B ، ۱− می‌باشد، می‌توان گفت فلز A دارای بار ۲+ و یون A^{2+} نیز است.

بدین‌صورت فلز A یک یون چند ظرفیتی بوده (۲+، ۳+) و می‌تواند از گروه‌های ۵ ، ۶ ، ۷ ، ۸ ، ۹ و ۱۰ باشد.

باتوجه به توضیحات ارائه‌شده تنها گزینه «۲» درست است.

۷۶ . گزینه ۳ موازنه واکنش اولی:

$$\boxed{a}\underset{\text{غلیظ}}{HNO_3} + \boxed{1}Al \rightarrow \boxed{1}Al(NO_3)_3 + \boxed{b}NO_2 + \boxed{c}H_2O$$

در این واکنش موازنه را از عنصر Al در ترکیب $Al(NO_3)_3$ با گذاشتن ضریب ۱ آغاز می‌کنیم و برای Al در سمت چپ معادله ضریب ۱ را قرار می‌دهیم. ادامه موازنه به روش وارسی امکان‌پذیر نمی‌باشد زیرا برای هر یک از عناصر H ، N و O، دو کادر خالی وجود دارد. با گذاشتن پارامترهای a ، b و c و تشکیل معادله و حل آن‌ها می‌توان این ضرایب را محاسبه کرد.

تعداد H ها : $a = 2c$

تعداد N ها : $a = 3 + b$

تعداد Oها : $۳a + ۲b + c$

$$\Rightarrow \begin{matrix} ۲c = ۳ + b \\ ۳ \times ۲c = ۹ + ۲b + c \end{matrix} \Rightarrow -۲ \times \begin{cases} ۲c - b = ۳ \\ ۵c - ۲b = ۹ \end{cases} \quad \begin{cases} -۴c + \cancel{۲b} = -۶ \\ ۵c - \cancel{۲b} = ۹ \\ \hline c = ۳ \end{cases}$$

$$\begin{cases} c = ۳ \\ ۲c = ۳ + b \rightarrow b = ۳ \text{ ، } a = ۶ \\ a = ۲c \end{cases}$$

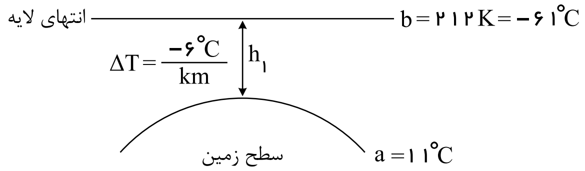
$$\boxed{۶}\underset{\text{غلیظ}}{HNO_۳} + \boxed{۱}Al \rightarrow \boxed{۱}Al(NO_۳)_۳ + \boxed{۳}NO_۲ + \boxed{۳}H_۲O$$

به همین ترتیب، معادلهٔ موازنه شده واکنش دوم به صورت زیر است:

$$\boxed{۴}\underset{\text{رقیق}}{HNO_۳} + \boxed{۱}Al \rightarrow \boxed{۱}Al(NO_۳)_۳ + \boxed{۱}NO + \boxed{۲}H_۲O$$

$$\frac{HNO_۳ \text{ غلیظ}}{HNO_۳ \text{ رقیق}} = \frac{۶}{۴} = \frac{۳}{۲} = ۱/۵$$

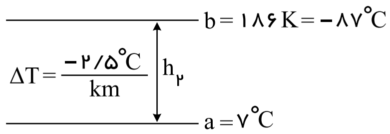
۷۷ . گزینه ۳ باید بدانیم که در لایهٔ تروپوسفر به ازای هر یک کیلومتر دما $۶^\circ C$ کاهش می‌یابد.



روش اول: $b - a = \Delta T \times H \Rightarrow -۶۱ - ۱۱ = -۶H \rightarrow H = ۱۲km$

روش دوم: $۷۲^\circ C \times \dfrac{۱km}{۶^\circ C} = ۱۲km$

$\Delta t = -۸۷ - ۷ = ۹۴$



روش اول: $b - a = \Delta T \cdot h \Rightarrow -۸۷ - ۷ = -۲/۵h \rightarrow h = ۳۷/۶km$

روش دوم: $۹۴^\circ C \times \dfrac{۱km}{۲۵^\circ C} = ۳۷/۶km$

$$\frac{۱۲}{۳۷/۶} \simeq ۰/۳۲$$

۷۸ . گزینه ۴ همه موارد درست‌اند.

آ) $MnO_۲ + ۴HCl \rightarrow MnCl_۲ + Cl_۲ + ۲H_۲O$ مجموع ضرایب $= ۹$

ب) $۴KNO_۳ \rightarrow ۲K_۲O + ۲N_۲ + ۵O_۲$ مجموع ضرایب $= ۱۳$

پ) $۲H_۳PO_۴ + ۳Ca(OH)_۲ \rightarrow Ca_۳(PO_۴)_۲ + ۶H_۲O$ مجموع ضرایب $= ۱۲$

ت) $۲NaHCO_۳ \rightarrow Na_۲CO_۳ + CO_۲ + H_۲O$ مجموع ضرایب $= ۵$

۷۹ . گزینه ۱ اکسید B_zO یک اکسید بازی و درنتیجه یک اکسید فلزی است؛ بنابراین از یون‌های $O^{۲-}$ و B^+ تشکیل شده است.

$$B^+, O^{۲-} \rightarrow B_۲O \rightarrow \boxed{z = ۲}$$

$A_xO_۲$، اکسید اسیدی و درنتیجه یک اکسید نافلزی است، بنابراین x می‌تواند برابر ۱ باشد تا همانند اکسیدهای اسیدی معروف $SO_۲$، $CO_۲$ و... شود.

$$z - x = ۲ - ۱ = ۱$$

البته z می‌تواند ۱ نیز باشد، (اکسید فلز گروه دوم) ولی گزینه صفر نداریم.

۸۰ . گزینه ۴ به جزء واکنش (آ)، سایر واکنش‌ها از قانون پایستگی جرم پیروی می‌کنند.

$$۴Fe + ۳O_۲ + ۶H_۲O \rightarrow ۴Fe(OH)_۳$$